

文章编号:1000-8055(2013)04-0858-08

含分层损伤复合材料层合板振动特性

漆文凯, 程 博, 刘 磊

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 针对复合材料层合板分层损伤区域上、下子板的畸变模态, 采用自定义矩阵单元模拟其损伤区的接触刚度, 建立了一种合理的层合板分层损伤有限元振动分析模型; 在此基础上研究了分层深度和分层大小对复合材料层合板振动特性的影响。数值模拟结果与实验结果的对比表明: 采用的自定义矩阵单元可以有效地模拟层合板的分层损伤, 模态计算值与实验值的最大误差为 10.67%, 最小误差为 0.34%; 分层深度和分层大小对复合材料层合板振动特性有较大影响, 随分层深度变化, 固有频率最多下降 50%; 随分层大小变化, 前 4 阶固有频率最多下降 12%。

关 键 词: 复合材料层合板; 分层损伤; 自定义矩阵单元; 有限元法; 振动特性

中图分类号: V258⁺.3

文献标志码: A

Vibration characteristic of composite laminates with delamination

QI Wen-kai, CHENG Bo, LIU Lei

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A reasonable finite element model was established to simulate composite laminates with delamination by using the user-defined matrix element to simulate contacting element in delamination region for distortion mode of the upper and lower sublaminates, and the selection of connection stiffness values was studied as well. This article focuses on the vibration performance of composite laminates with delamination depth and delamination size. The comparison of numerical simulation and experimental results indicates that it is feasible to simulate the delamination of composite laminates with the user-defined matrix elements; the maximum error of the modal calculation and the experimental values is 10.67%, and the minimum error is 0.34%; delamination depth and size have significant effects on vibration characteristic of composite laminates, and the natural frequency of laminates declines up to 50% with change of delamination depth; the first to fourth order natural frequencies of laminates decrease up to 12% with change of delamination size.

Key words: composite laminates; delamination; user-defined matrix elements; finite element method; vibration characteristic

复合材料结构在航空航天等方面已经有了广泛的应用, 而损伤机制和损伤扩展机制比较复杂, 就纤维增强层合结构复合材料而言, 其损伤类型

可分为基体开裂、纤维断裂、纤维与基体间脱粘和层间分层等。分层是复合材料层合板主要的损伤形式, 分层区力学行为复杂, 在对层间分层损伤进

收稿日期: 2012-05-11

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130417.1353.201304.858_020.html

作者简介: 漆文凯(1970—), 男, 湖北黄州人, 副教授, 博士, 主要从事发动机结构强度与振动研究。

行动力学分析时,应建立合理的分层模型.一些研究人员^[1-7]提出了一种层间弹簧约束模型,通过调整虚拟法向弹簧的刚度,以避免因模型缺陷致使计算结果出现分层区上、下子板在振动过程中脱离和镶嵌现象.在进一步研究中,层间法向弹簧约束模型发展成为考虑分层法向与切向分层前缘桥连特征模型,分为应力桥连和纤维桥连两种.Na-ga 等^[6]在研究中用黏弹性接触层模拟分层界面;Nilsson 等^[7]在最近的研究中分析了分层位置对分层区域变形特征的影响.

20 世纪末至今,研究人员对于含分层损伤层合板的振动特性研究比较多,特别是层合板振动理论和实验的研究,但主要是分析分层对振动模态的影响规律.Wang 等^[8]研究了各向同性层合梁含横向穿透分层损伤时的自由振动,进行了实验和理论探讨,假设分层区上下子板间是自由约束模型,通过求解运动方程来获得振动特性;Chang^[9]将层间自由约束改进为强制约束模型,即设定分层上下结构间具有相同的横向位移约束条件;Shu 和 Mai^[10]在强制约束模式基础上,对双层不同材料的含分层梁横向与轴向耦合自由振动特性进行了研究,同时还提出了分层边缘处横截面刚性约束模型和柔性约束模型;刘红霞^[11]采用的面单元是基于内聚力模型,通过适当地选取参数,可以反映出界面层物质的模量、强度、韧性等力学性能.Tracy 等^[12-13]对含横向穿透层合梁进行了振动特性研究,提出了层间作用和横向弯曲变形综合约束模型,给出了一些关于结构分层与模态关系的有益结论.洪明等^[14]讨论了由胶接所产生的拉伸和剪切刚度对含分层损伤复合材料层合板振动特性的影响.吉桂秀^[15]基于有限元法建立了含多个穿透层损伤的复合材料层合板自由振动的有限元模型和方法.孙先念等^[16]采用基于 Mindlin 一阶剪切理论的 4 节点板单元,分析了含椭圆分层复合材料层合板分层扩展行为.

本文采用自定义矩阵单元模拟分层损伤区的接触刚度,建立了含不同分层损伤深度、不同分层损伤大小的复合材料层合板有限元模型,分析了分层损伤对层合板振动特性的影响,并开展了模态实验验证,实验结果与计算结果吻合较好,验证了本文所建立的有限元分析模型和分析方法的有效性.

1 分析方法

图 1 为含层间穿透分层损伤层合板的几何模

型,图 2 为含圆形分层损伤层合板的几何模型,图中阴影部分表示层合板穿透分层面.在图 1 中,含层间穿透分层损伤层合板被划分为 3 个区域:①下子板区域;②上子板区域;③基板区域.

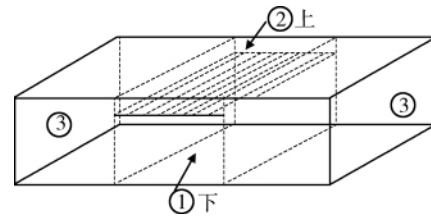


图 1 含层间穿透分层损伤层合板的几何模型

Fig. 1 Geometric model of laminates with penetrating delamination

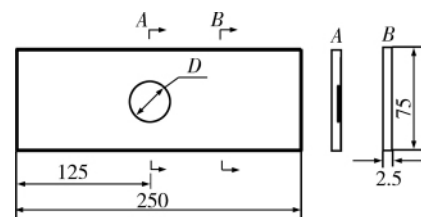


图 2 含圆形分层损伤层合板的几何模型(单位:mm)

Fig. 2 Geometric model of laminates with circular delamination (unit:mm)

1.1 基本方程

由 Mindlin 板位移场假设可得,分层损伤层合板上、下子板与基板公共线应满足位移连续协调条件,表达式如下:

$$\begin{cases} u_1 = u_3 + \theta_{y3}(h - h_1)/2 \\ v_1 = v_3 - \theta_{x3}(h - h_1)/2 \\ u_2 = u_3 - \theta_{y3}(h - h_2)/2 \\ v_2 = v_3 + \theta_{x3}(h - h_2)/2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} w_1 &= w_3 & \theta_{x1} &= \theta_{x3} & \theta_{y1} &= \theta_{y3} \\ w_2 &= w_3 & \theta_{x2} &= \theta_{x3} & \theta_{y2} &= \theta_{y3} \end{aligned}$$

式中 h_1, h_2 和 h 分别为图 1 中层合板几何模型下、上子板和基板的厚度; u, v 和 w 分别为 x, y 和 z 方向的位移, θ_x, θ_y 分别为中面法线绕 x, y 轴的转角.

一般来说,在进行结构自由振动分析时,可以忽略阻尼的影响.根据 Hamilton 原理,含分层损伤层合板自由振动的有限元分析控制方程为

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (2)$$

其中 $\{x\}$ 是结构系统的节点总位移向量;而 $[M]$ 和 $[K]$ 分别为系统的总质量矩阵和总刚度矩阵.

对层合板分层损伤情况下做动力分析时,应考虑分层区域之间的约束,否则将出现上、下子板

间分离或嵌入的情况. 图 3 所示为采用 ANSYS 软件中的 SHELL99 单元的含矩形分层损伤有限

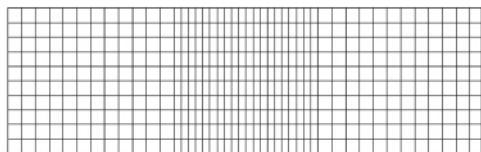


图 3 含矩形穿透分层损伤层合板网格划分图

Fig. 3 Mesh map of laminates with rectangular delamination



图 4 分层损伤层合板上、下子板分离和嵌入振型

Fig. 4 Separated and embedded modes of composite laminates with upper and lower sublaminates

元分析模型, 对其进行振动特性分析, 如不考虑分层区域之间的约束, 分层区域上、下子板之间会出现彼此间相互分离或相互嵌入的不合理振型(如图 4 所示), 而这种现象在实际结构的振动特性实

验测试时是不会发生的. 因此必须考虑在分层区域引入接触单元, 该单元应具有一定拉伸刚度和挤压刚度. 由于该界面单元的非线性, 本文将采用在分层区域对应节点间加自定义刚度矩阵单元的方法来模拟分层区域之间的相互约束, 以有效避免不合理振型的出现.

1.2 模拟分层区域的自定义单元

该自定义单元可自定义节点的刚度矩阵、阻尼矩阵或者质量矩阵. 单元示意图如图 5 所示. 由于其几何特征没有限制, 采用该单元连接 2 个节点时, 对节点的位置没有严格要求, 可以是重合的点, 也可以是不重合的点, 因此适用于本文所分析的分层损伤层合板模型.

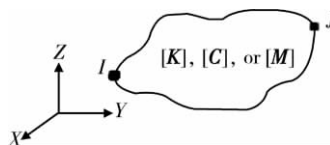


图 5 两节点间 MATRIX27 单元

Fig. 5 MATRIX27 elements between two points

该自定义单元每一个节点由 3 个平动自由度和 3 个转动自由度组成, 可用一个 12 维矩阵来模拟两节点之间的刚度特性, 如式(3)所示. 两节点间的阻尼特性和质量特性也可按类似的矩阵方式进行定义.

$$\begin{bmatrix}
 C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & C_8 & C_9 & C_{10} & C_{11} & C_{12} \\
 C_2 & C_{13} & C_{14} & C_{15} & & & & & & & C_{22} & C_{23} \\
 C_3 & C_{14} & C_{24} & C_{25} & & & & & & & & C_{33} \\
 C_4 & C_{15} & C_{25} & C_{34} & & & & & & & & C_{42} \\
 C_5 & & & & C_{43} & & & & & & & C_{50} \\
 C_6 & & & & & C_{51} & & & & & & C_{57} \\
 C_7 & & & & & & C_{58} & & & & & C_{63} \\
 C_8 & & & & & & & C_{64} & & & & C_{68} \\
 C_9 & & & & & & & & C_{69} & & & C_{72} \\
 C_{10} & & & & & & & & & C_{73} & & C_{75} \\
 C_{11} & & & & & & & & & & C_{76} & C_{77} \\
 C_{12} & C_{23} & C_{33} & C_{42} & C_{50} & C_{57} & C_{63} & C_{68} & C_{72} & C_{75} & C_{77} & C_{78}
 \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.3 分层界面连接刚度对层合板振动特性的影响分析

为了避免含分层损伤层合板分层区域上、下子板间分离或嵌入的畸变模态出现, 本文采用 MATRIX27 单元对于上、下子板间相同坐标节点

定义了接触单元刚度矩阵, 如式(4)所示, 式中 K 作为接触单元刚度系数, 分析时暂不考虑上、下子板之间的摩擦效应.

为了说明分层界面连接刚度对层合板振动特性的影响, 取层合板模型, 铺层方式为 $[0]_{20}$, 在层

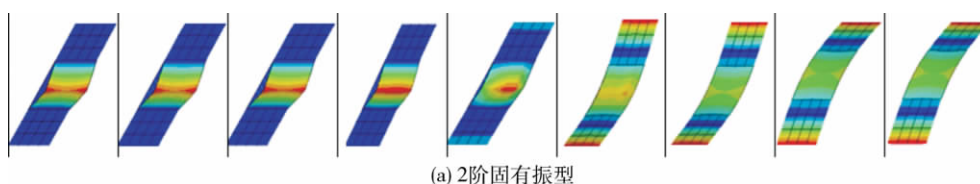
[2//3]几何中心处有一 $75\text{ mm} \times 75\text{ mm}$ 矩形穿透分层损伤,分析其自由状态下的固有模态. 本文在

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & K & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

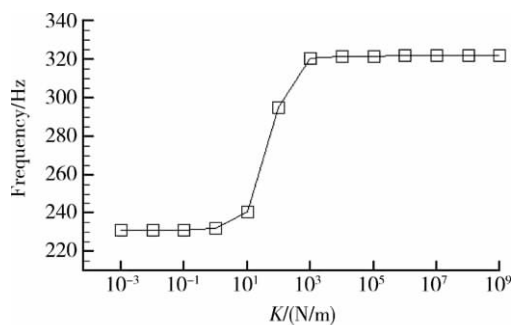
有限元网格密度不变的情况下,分析了定义不同连接刚度时,该含分层损伤层合板的2阶固有振型和固有频率变化曲线,如图6(a)和图6(b)所示.

由上述分析结果可知:当自定义分层界面连接刚度矩阵刚度系数 K 变化时,含矩形穿透分层损伤层合板的振动模态可以分为3个状态:

- 1) 不考虑分层区接触刚度或接触刚度过小时,含分层损伤层合板分层区域上、下子板间出现分离或嵌入的模态.
- 2) 当考虑接触刚度且在一定范围内时,含分层损伤层合板分层区域上、下子板间出现一定相互约束的模态.
- 3) 当定义的接触刚度过大时,分层区域上、下子板间完全约束.在这种情况下,该模型将无法体现分层损伤对层合板振动特性的影响.



(a) 2阶固有振型



(b) 2阶固有频率

图6 连接刚度 K 不同时含分层损伤层合板的2阶固有振型和固有频率

Fig. 6 Second order natural modes and frequency of laminates with delamination varying with coupling stiffness K

因此,在对含分层损伤层合板分层区域上、下子板间约束状态进行模拟时,应选择合适的接触单元刚度矩阵,接触单元刚度过小时会出现上、下子板间分离或嵌入等畸变模态,接触单元刚度过大,则无法体现分层损伤对层合板振动特性的影响.对于铺层方式不同、分层大小和位置不同的层合板,接触单元刚度对其振动特性的影响是不同的,因而还需针对每一种分析模型逐步调整其连接刚度值,然后根据模态分析和模态实验结果来选择合适的连接刚度值.

2 分层损伤层合板振动特性分析

2.1 有限元模型

对于层合板含分层损伤的情况,本文选取了矩形分层和圆形分层两种模型,同样采用 ANSYS 软件中的 SHELL99 单元,其有限元模型如图7所示.按照损伤区域大小和深度不同建立一系列有限元模型,考虑到在分层区域附近应力集中现象比较明显,分层区域周边的有限元网格划分较密,而远离分层区域处的网格划分较疏,以减少计算时间.

2.2 振动特性分析

2.2.1 分层深度对层合板振动特性影响分析

本文层合板基体材料为聚酰亚胺树脂基,由复合材料手册可知该基体的线性刚度量级为 10^7 N/m,依据1.3节的分析结果,选取分层区域界面间的连接刚度,选取原则为:当界面连接刚度系数 K 提高到一定数值,且小于基体本身线性刚度时,层合板的各阶振动模态频率不再随界面连接单元的刚度增大而提高,且其振型不应出现子板间分离或嵌入现象。

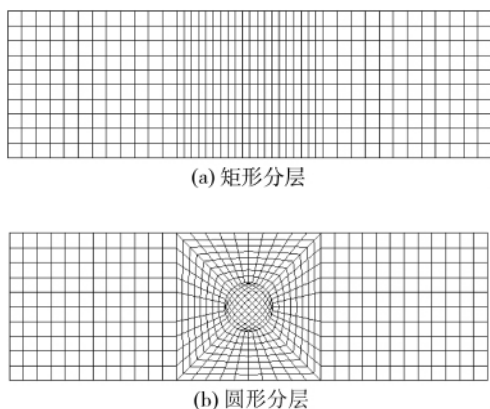


图7 含分层损伤层合板网格划分图

Fig. 7 Mesh map of laminates with delamination

层合板铺层方式为 $[0]_{20}$,在层合板几何中心处有一 $75\text{ mm} \times 75\text{ mm}$ 矩形穿透分层损伤,有限元网格密度不变,上、下子板间加自定义刚度矩阵($K=10^5$ N/m),随分层深度不同,计算自由状态下的固有频率,结果如表1所示。图8给出了前5阶固有频率变化比率曲线,固有频率变化比率=(分层固有频率-无分层损伤固有频率)/无分层损伤固有频率。

如图8所示,矩形穿透分层损伤使得层合板固有频率降低;当分层区域不断向中面移动时,各阶固有频率的降低程度不断增大,且趋势大致相同;等长度矩形穿透分层位于中面时对固有频率的影响远远大于位于表面时的影响。

2.2.2 分层损伤区域大小对层合板振动特性影响分析

基于内置圆形分层损伤层合板模型,对层合板铺层方式 $[0]_{20}$,分层位置位于层合板中间5//6

表1 自由状态下分层深度不同层合板固有频率
(单位:Hz)

Table 1 Natural frequency of laminates with change of delamination depth in freedom state
(unit:Hz)

阶次	1阶	2阶	3阶	4阶	5阶
无损伤	228.04	376.80	597.27	1029.1	1049.6
2//3	195.09	321.84	510.36	878.58	900.27
3//4	179.52	296.04	469.59	808.50	828.03
4//5	164.83	271.71	431.13	742.33	759.90
5//6	151.27	249.26	395.65	681.28	697.12
6//7	139.18	229.26	364.04	626.91	641.24
7//8	128.99	212.41	337.41	581.09	594.19
8//9	121.19	199.50	317.01	545.99	558.17
10//11	114.56	188.54	299.68	516.18	527.59

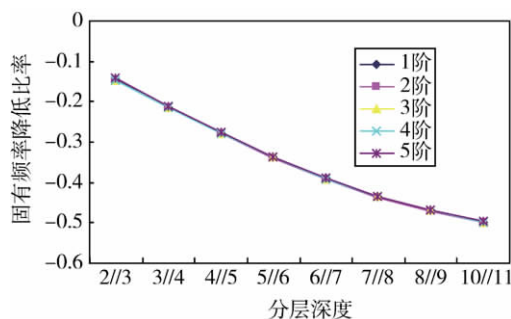


图8 分层深度不同层合板固有频率变化曲线

Fig. 8 Natural frequency curves of laminates with change of delamination depth

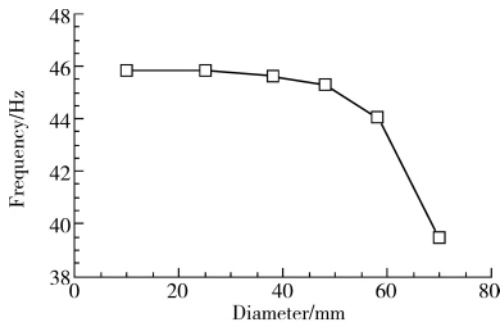
层间,分层区上下子板间加相同接触刚度单元,进行了一端固支状态下的分层损伤区域大小不同时的振动模态分析,其固有频率如表2所示,图9和图10给出了含圆形分层损伤前4阶固有频率变化曲线和振型。

由表2和图9得出,分层位置、深度相同时,随着分层直径增大,层合板刚度不断降低,致使固有频率逐渐降低;分层区域径宽比很小时,层合板固有频率降低趋势平缓,当分层区域径宽比超过1/2时,层合板固有频率降低程度不断增大,分层区直径很大时,固有频率急剧下降。

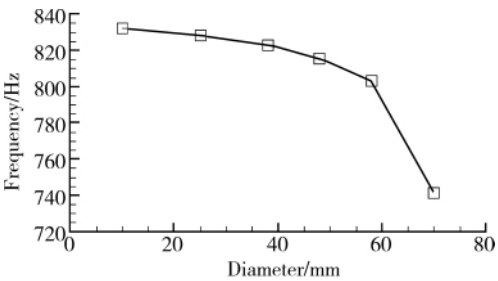
表 2 分层区域大小不同层合板的固有频率 (单位:Hz)

Table 2 Natural frequency of laminates with change of delamination size (unit:Hz)

径宽比	10/75	25/75	38/75	48/75	58/75	70/75
1 阶	45.87	45.85	45.65	45.29	44.05	39.46
2 阶	263.8	260.3	254.6	247.9	239.4	210.0
3 阶	291.5	291.3	289.8	287.5	281.2	257.3
4 阶	832.1	828.3	822.7	815.6	803.3	741.6
5 阶	859.2	858.9	854.1	846.3	824.5	767.6
6 阶	1302.5	1297.5	1285.9	1266.2	1234.7	1090.4
7 阶	1354.4	1351.9	1347.7	1341.1	1328.5	1210.9
8 阶	1514.1	1504.8	1485.9	1462.8	1429.7	1242.4
9 阶	1639.2	1638.7	1627.6	1610.2	1543.7	1345.9
10 阶	2429.9	2408.1	2285.5	2059.0	1737.4	1474.1



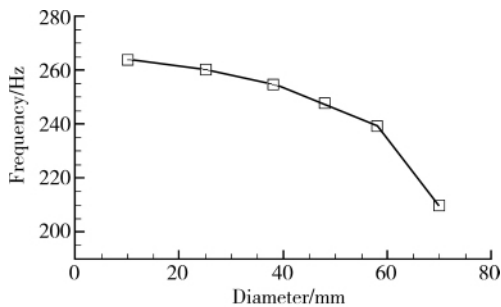
(a) 1阶固有频率曲线



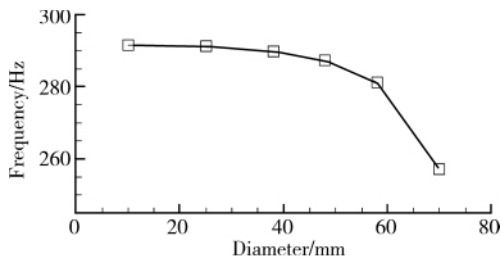
(d) 4阶固有频率曲线

图 9 含圆形分层损伤层合板前 4 阶固有频率变化曲线

Fig. 9 1~4 order natural frequency curves of laminates with circular delamination



(b) 2阶固有频率曲线



(c) 3阶固有频率曲线

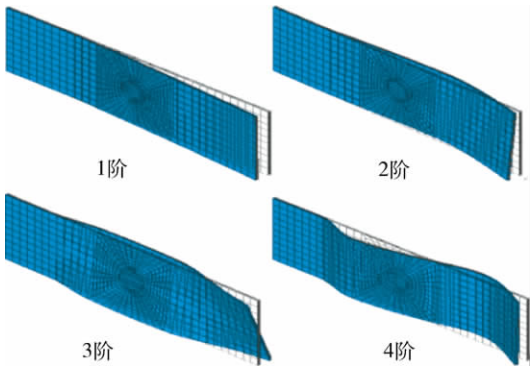


图 10 含圆形分层损伤层合板前 4 阶振型

Fig. 10 1~4 order natural modes of laminates with circular delamination

3 实验验证与分析

为验证上述分析方法和分析模型的有效性,本文开展了层合板的模态实验.实验件为含内置圆形分层损伤层合板,铺层方式为 $[0]_{20}$,单层厚度为0.125 mm,有效长度和宽度分别为204 mm和75 mm,材料性能参数 $E_1=128.8$ GPa, $E_2=E_3=8.3$ GPa, $G_{12}=G_{13}=G_{23}=4.1$ GPa, $\nu=0.355$, $\rho=1578$ kg/m³,分层位置位于层合板中间5//6层间,分层直径分别为25 mm和38 mm.

实验通过夹紧块装置将层合板一端固定在振动台架上,采用逐点激励单点测量的方法对层合板进行模态实验,对层合板划分栅格来进行激励点的变换,通过力锤和加速度传感器获得层合板

一端固支状态频响函数,从而通过动态信号分析仪识别相应的模态参数.实验和计算所得前3阶模态频率和振型如表3所示.

由表3可以得出,对于分层直径为25 mm和38 mm的两种A3层合板在一端固支条件下有以下结论:

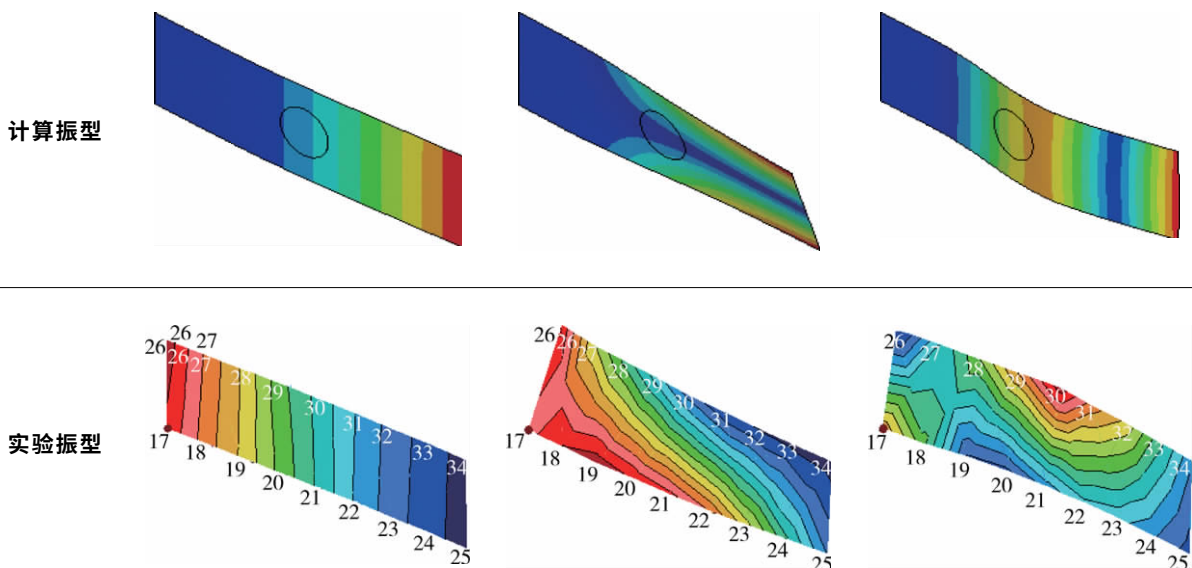
1) 计算所得前3阶固有频率与实验值误差较小,且1阶计算振型与实验振型是一致的,2阶、3阶振型基本一致,验证了所建立的含分层损伤层合板有限元分析模型和计算方法的有效性.

2) 一端固支条件下的模态实验表明:分层损伤使得层合板的固有频率降低,分层区域越大对层合板的刚度减少越多,则固有频率下降越多.

表3 一端固支的层合板不同分层大小时的固有频率和振型

Table 3 Natural frequency and modes of laminates with change of delamination size with one end fixed

阶次	1 阶			2 阶			3 阶		
	实验值/Hz	计算值/Hz	误差/%	实验值/Hz	计算值/Hz	误差/%	实验值/Hz	计算值/Hz	误差/%
$\phi 25$ mm	43.31	45.85	5.84	261.21	260.31	0.34	293.13	291.33	0.61
$\phi 38$ mm	41.24	45.64	10.67	255.36	254.63	0.29	284.06	289.78	2.01



4 结 论

本文建立了含不同分层大小和分层深度纤维增强复合材料层合板有限元模型,在分层区域引入了自定义矩阵单元,分析了分层损伤对层合板振动特性的影响,结论如下:

1) 自定义分层区接触单元刚度矩阵很好地模拟了分层区的刚度特性,接触单元刚度的选择

应结合模态分析结果和实验结果而定,且应小于基体本身刚度.

2) 穿透分层损伤使得层合板固有频率降低;分层区域不断靠近中面时,各阶固有频率的降低程度不断增大,且趋势大致相同.

3) 随着分层直径增大,层合板刚度不断降低,致使固有频率逐渐降低;分层区直径很大时,固有频率急剧下降.

4) 模态实验结果表明, 分层损伤使得层合板的固有频率降低, 分层区域越大对层合板的刚度减少越多, 则固有频率下降越多。

5) 计算所得前3阶固有频率与实验值吻合较好, 且前3阶计算振型与实验振型基本一致, 验证了所建立的含分层损伤层合板有限元分析模型及其分析方法的有效性。

参考文献:

- [1] Mujumdar P M, Suryanarayan S. Flexural vibrations of beams with delaminations[J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 125(3): 441-461.
- [2] Rao M K, Desai Y M, Chitnis M R. Free vibrations of laminated beams using mixed theory[J]. Composite Structure, 2001, 52(2): 149-160.
- [3] Ju F, Lee H P, Lee K H. Free vibrations of composite plates with delaminations around cutout[J]. Composite Structures, 1995, 31(2): 177-183.
- [4] Hu N, Fukunaga H, Kameyama M. Vibration analysis of delaminated composite beams and plates using a high-order finite element[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44(7): 1479-1503.
- [5] Namita N, Sahub S K. Free vibration analysis of delaminated composite shells using different shell theories[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2012, 98: 111-118.
- [6] Nag A, Mahapatra D R, Gopalakrishnan S, et al. A spectral finite element with embedded delamination for modeling of wave scattering in composite beams[J]. Composites Science and Technology, 2003, 63(15): 2187-2200.
- [7] Nilsson K F, Asp L E, Alpman J E, et al. Delamination buckling and growth for delaminations at different depths in a slender composite panel[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(17): 3039-3071.
- [8] Wang T J S, Liu Y Y, Gibby J A. Vibrations of split beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 1982, 84(4): 491-502.
- [9] Chang T P. Vibration analysis of delaminated composite plates under axial load[J]. Mech Struct & Mach, 1998, 26(2): 195-218.
- [10] Shu D, Mai Y W. Delamination buckling with bridging[J]. Composites Science and Technology, 1993, 47(1): 25-33.
- [11] 刘红霞. 复合材料分层损伤的数值模拟[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
LIU Hongxia. Numerical simulation of delamination damage for composite[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006. (in Chinese)
- [12] Tracy J J, Pardo G C. Effect of delamination on the natural frequencies of composite laminates[J]. Journal of Composite Materials, 1989, 23(12): 1200-1215.
- [13] Chen H P, Tracy J J, Nonato R. Vibration analysis of delaminated composite laminates in prebuckled states based on a new constrained model[J]. Journal of Composite Materials, 1995, 29(2): 229-256.
- [14] 洪明, 陈浩然. 含分层损伤复合材料层合板胶接振动特性影响[J]. 大连理工大学学报, 2003, 43(1): 24-27.
HONG Ming, CHEN Haoran. Effect of repair on vibration characteristics of laminated composite plate with delamination[J]. Chinese Journal of Dalian University of Technology, 2003, 43(1): 24-27. (in Chinese)
- [15] 吉桂秀. 含多个分层损伤复合材料层合板的自由振动特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
JI Guixiu. Study on free vibration characteristics for composite laminates and stiffened plates with multiple delaminations[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese)
- [16] 孙先念, 陈浩然, 苏长健, 等. 含分层损伤复合材料层合板分层扩展研究[J]. 力学学报, 2000, 32(2): 223-232.
SUN Xiannian, CHEN Haoran, SU Changjian, et al. Delamination growth in composite laminates[J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2000, 32(2): 223-232. (in Chinese)